

## Instrukcja na zajęcia laboratoryjne z przedmiotu „Podstawy robotyki”

### Zajęcia VIII – „Kinematyka odwrotna – metody numeryczne cz. 2”

#### Algorytm jacobianowy

$$q_{n+1} = q_n - \gamma J^{-1}(P_A - P_D)$$

Algorytm jacobianowy polega na wielokrotnym wykonywaniu obliczeń według wzoru podanego powyżej, gdzie  $q$  jest macierzą o jednej kolumnie zawierającej wszystkie zmienne przegubowe, tak jak przedstawia to macierz poniżej:

$$q = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix}$$

Natomiast symbol „ $n$ ” oznacza, że są to zmienne przegubowe określające aktualne położenie ramion manipulatora, a w każdym kroku wyznaczane jest kolejne położenie oznaczone jako „ $n+1$ ”.

Przez symbol  $\gamma$  oznaczono stałą będącą współczynnikiem odpowiedzialnym za szybkość dokonywanych zmian w równaniu. Przyjmuje się, że jej wartość nie powinna być większa niż 0.5, jednak praktyka wskazuje, że najlepsze są wartości 10-100 razy mniejsze. Początkowo proponuje się przyjąć  $\gamma = 0.1$ .

Macierz jacobianowa  $J$  składa się z pochodnych położenia współrzędnych efektora (macierz  $P$ ) po każdej zmiennej przegubowej. Jeżeli przyjmiemy, że położenie efektora opisuje macierz  $P$  jak poniżej:

$$P = \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}, \text{ to macierz jacobianową określamy jako: } J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_P}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial x_P}{\partial \theta_m} \\ \frac{\partial y_P}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial y_P}{\partial \theta_m} \\ \frac{\partial z_P}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial z_P}{\partial \theta_m} \end{bmatrix}.$$

Jednak w celu przeprowadzenia wyznaczenia macierzy odwrotnej do macierzy  $J$ , musi ona być macierzą kwadratową oraz posiadać wyznacznik różny od zera. Warunki te niekoniecznie są spełnione przez macierz jacobianową. Z tego powodu macierz do niej odwrotną wyznacza się korzystając z poniższego równania:

$$J^{-1} = J^T \cdot (J \cdot J^T)^{-1}$$

Powyższy wzór można zaimplementować w programie Matlab jako:  $J\_1=J'*\text{inv}(J*J')$ .

Macierze  $P_A$  oraz  $P_D$  występujące w pierwszym wzorze oznaczają odpowiednio macierz aktualnego położenia końcówki manipulatora oraz docelowego punktu, który ma ona osiągnąć. Współrzędne w nich zostały zapisane w taki sam sposób jak w macierzy  $P$ .

Uwaga: Początkowe wartości przegubów powinny być różne od zera. Proponuje się przyjęcie wartości  $1^\circ$ , co odpowiada wartości  $\frac{\pi}{180}$  wyrażonej w radianach.

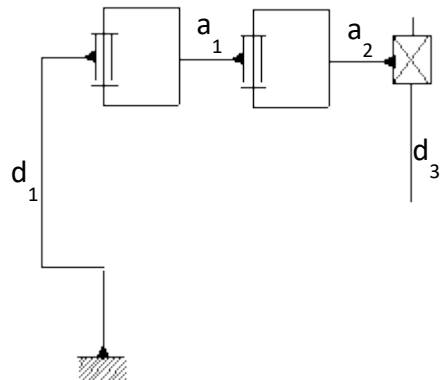
## Sprawozdanie

Zadanie 1: Napisać w programie Matlab funkcję obliczającą wartość przegubów (kinematykę odwrotną) dla manipulatora typu SCARA wykorzystując algorytm jacobianowy do wyznaczenia wartości przegubów obrotowych. W przeciwieństwie do zadania 1 w instrukcji do poprzednich zajęć, wartość przegubu postępowego również powinna być wyznaczona przy wykorzystaniu tego algorytmu. Funkcja powinna zwracać macierz zawierającą wartości przegubów (wartość przegubów obrotowych powinna być wyrażona w stopniach).

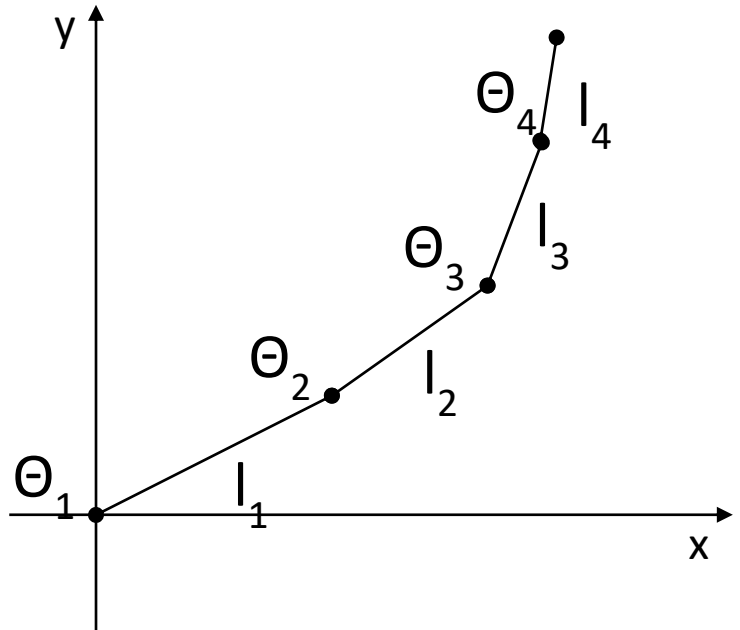
Należy przyjąć następujące wartości długości ramion oraz zakresów przegubów :

- $d_1=500$
- $a_1=310$
- $a_2=270$
- $\theta_1 \in (-45^\circ, 45^\circ)$
- $\theta_2 \in (-90^\circ, 90^\circ)$
- $d_3 \in (100, 200)$

Funkcja powinna ponadto rysować wykres z zaznaczonymi punktami położenia końcówki manipulatora po wykonaniu każdego kroku algorytmu. Wykres ten może obejmować wyłącznie płaszczyznę XY (uwzględniając zmiany).



**Zadanie 2:** Napisać w programie Matlab funkcję obliczającą wartość przegubów (kinematykę odwrotną) dla manipulatora o 4 przegubach obrotowych pracującego w płaszczyźnie 2D wykorzystując algorytm jacobianowy do wyznaczenia wartości przegubów obrotowych. Funkcja po każdym kroku powinna aktualizować wykres przedstawiający schemat położenia ramion oraz zaznaczając wszystkie punkty, w których znajdowała się końcówka manipulatora do wykonania aktualnego kroku.



Wykonanie kolejnego kroku oraz aktualizacja wykresu powinna odbywać się po interwencji użytkownika. Można w tym celu wykorzystać funkcję `input()`. Przykład:

```
str = input('Naciśnij dowolny klawisz aby kontynuować','s');
```

Długości ramion oraz zakresy kątów należy przechowywać w zmiennych zdefiniowanych w funkcji, umożliwiając tym samym ich modyfikację osobom mającym dostęp do skryptu. Początkowo należy przyjąć, że długości ramion są sobie równe.

**Zadanie 3:** Napisać w programie Matlab funkcję obliczającą wartość przegubów (kinematykę odwrotną) dla manipulatora „2R-1R-1P-1R” opisanego w poniższej tabeli parametrów kinematycznych. Pozostałe wymagania analogiczne jak w zadaniu 2.

i	$d_i$	$\theta_i$	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$
1	0	$\langle -115^\circ, 115^\circ \rangle$	0	$90^\circ$
2	0	$\langle -45^\circ, 90^\circ \rangle$	5	$0^\circ$
3	0	$\langle 0^\circ, -90^\circ \rangle$	3	$0^\circ$
4	0	$0^\circ$	$\langle 3, 5 \rangle$	$0^\circ$
5	0	$\langle 0^\circ, -90^\circ \rangle$	1	$0^\circ$

UWAGA: Sprawozdanie powinno zawierać:

- Na ocenę:
  - 3.0 poprawnie wykonane zadania 1 z instrukcji do zajęć VII-VIII oraz IX wraz z opisem,
  - 4.0 poprawnie wykonane zadania 1-2 z instrukcji do zajęć VII-VIII oraz IX wraz z opisem,
  - 5.0 poprawnie wykonane zadania 1-3 z instrukcji do zajęć VII-VIII oraz IX wraz z opisem.
- Sprawozdanie należy przestać w formie elektronicznej na adres [dozog@kia.prz.edu.pl](mailto:dozog@kia.prz.edu.pl) jako załącznik do wiadomości e-mail. Temat wiadomości „PR Sprawozdanie IV grupa LX”, gdzie X jest numerem grupy laboratoryjnej osób wykonujących sprawozdanie.
- Sprawozdanie wysyła 1 osoba z maksymalnie 3 osobowej grupy wykonującej sprawozdanie.

- Sprawozdanie powinno być wykonane na bazie formatki zamieszczonej na stronie z instrukcją (Wspólne sprawozdanie dla zajęć z tematu kinematyki odwrotnej).
- Jako poprawny sposób opisu zadania w sprawozdaniu uważa się zamieszczenie:
  - kodu źródłowego,
  - wyników przedstawiających efekt działania skryptu (np. zrzuty ekranu),
  - szczegółowego opisu kodu źródłowego z wyjaśnieniem w jaki sposób zamieszczone w nim instrukcje rozwiązują problem.
- Czas nadsyłania prac: do godziny rozpoczęcia dziesiątych zajęć laboratoryjnych z przedmiotu „Podstawy robotyki” w semestrze (około 2 tygodnie)
- Opóźnienie w wysyłaniu sprawozdania o każdy rozpoczęty tydzień powoduje obniżenie oceny o 0,5 stopnia.